

Trabajo semana 9 y 10

Álgebra –1ª parte –

Lenguaje algebraico

Monomios y polinomios

Introducción

En esta unidad comenzamos el estudio del álgebra, **el lenguaje de las matemáticas**.

Como veremos, el álgebra nos permitirá resolver multitud de problemas que se presentan en la vida cotidiana.

Aprenderás a utilizar letras para indicar números desconocidos.

Ya hemos tomado contacto anteriormente con algunas expresiones algebraicas al trabajar las fórmulas de las áreas y volúmenes.

Ejercicio 1 La palabra “álgebra” es de origen árabe. Ellos aprendieron de sus predecesores e hicieron progresar esta disciplina en los siglos VIII y IX. Lee el siguiente texto:

¿Cuánto vale el montón, si el montón y un séptimo del montón es igual a 24?



$$X + \frac{X}{7} = 24$$

Este es un problema algebraico que se encuentra planteado y resuelto en un papiro egipcio del año 1650 a.C. Ahora lo resolvemos por un método muy sencillo, mediante una ecuación. Pero hasta llegar aquí, el camino ha sido largo. Los primeros que desarrollaron métodos sistemáticos para resolver ecuaciones fueron matemáticos árabes. A la incógnita la llamaban "la cosa", algo parecido a lo de "el montón" egipcio.

Unos siglos después, los europeos aprendieron el álgebra de los árabes y la mejoraron pero seguían llamando "la cosa" a la incógnita, y al álgebra, "el arte de la cosa".



Contenidos

Recordemos nuestro objetivo: resolver problemas utilizando esta nueva herramienta → el álgebra

Los contenidos los vamos a dividir en tres apartados:

1. El lenguaje algebraico

- ¿Qué es el lenguaje algebraico?
- Traducción de enunciados del lenguaje común a lenguaje algebraico

2. Estudio de las expresiones algebraicas y su operativa

- Monomios y polinomios
- Operaciones con expresiones algebraicas (monomios y polinomios)

3. Ecuaciones de primer grado

- Resolución de ecuaciones de primer grado
- Aplicación a la resolución de problemas

En esta tarea vamos a trabajar **los dos primeros puntos**.

¡Comenzamos!

1^{er} paso

El primer paso que debemos dar para resolver cualquier problema utilizando el álgebra, es traducir el enunciado de ese problema a lenguaje algebraico. Esta es la parte más complicada pero la más divertida del álgebra.

1. El lenguaje algebraico

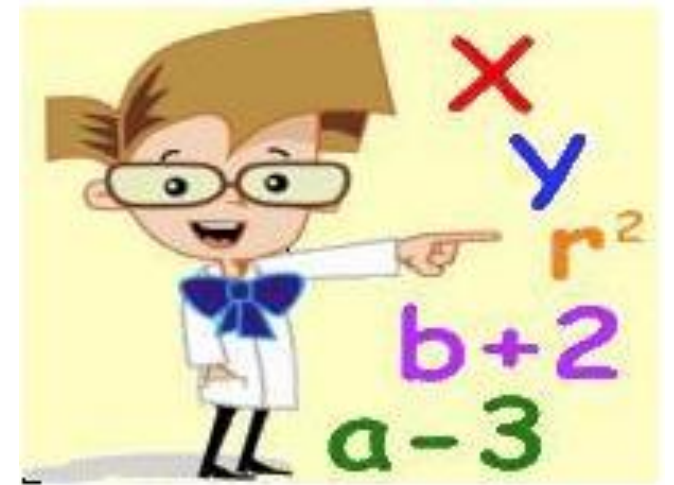
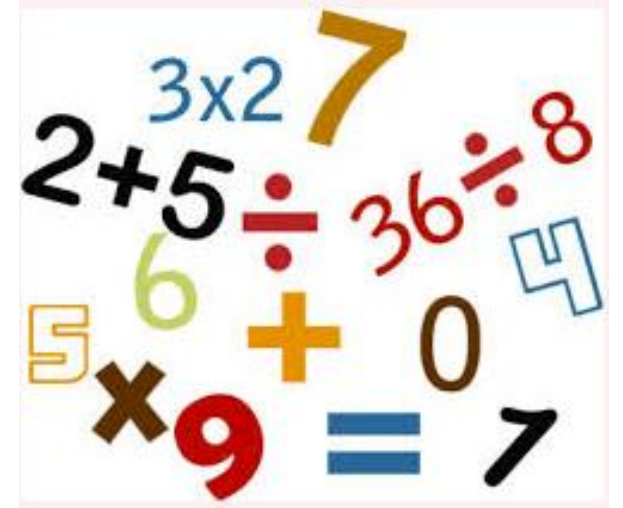
- ¿Qué es el lenguaje algebraico?
- Traducción de enunciados del lenguaje común a lenguaje algebraico
- Valor numérico de una expresión algebraica

¿Qué es el álgebra?

Hasta ahora nos hemos enfrentado a problemas cotidianos utilizando la **aritmética**, rama de las Matemáticas que trabaja con los **números** y las **operaciones entre esos números** (suma, resta, multiplicación, división, potenciación, etc.). ¡**Números concretos**!

El **álgebra** hace lo mismo, pero ahora, en algunos casos, no conocemos el valor de esos números. En estos casos, los números desconocidos los representamos con **letras** que llamamos **incógnitas**. Así pues, el álgebra es una rama de las Matemáticas que, además de **trabajar con números y sus operaciones**, **trabaja con letras** que representan números desconocidos.

Objetivo: hallar el valor numérico de esas letras.



El lenguaje algebraico

El lenguaje que usamos en operaciones aritméticas en las que sólo intervienen números se llama **lenguaje numérico**. Ejemplo: $3 + 5 \cdot 2^3$

El lenguaje que utiliza letras y números relacionados por las operaciones que ya conocemos (suma, resta, etc) se llama **lenguaje algebraico**. Ejemplo: $3x + 5 \cdot 2x^3 + 8$

**Nuestro primer objetivo es escribir en este nuevo lenguaje:
Traducir a lenguaje algebraico enunciados en los que aparecen, no solo números concretos, sino también valores desconocidos que representaremos con letras.
Las expresiones así obtenidas las llamamos expresiones algebraicas.**

Así pues, una expresión algebraica es una combinación de letras y números unidos por las operaciones: suma, resta, multiplicación, división, potencia.

El lenguaje algebraico

Ejercicio 2 Visiona el siguiente vídeo [¿Qué es el lenguaje algebraico?](#)

Ejercicio 3 Traduce los siguientes enunciados a expresiones algebraicas:

- a) La edad actual de mi vecino Lupecio: _____ años
- b) La edad de Lupecio dentro de dos años: _____ años
- c) La edad de Lupecio el año pasado: _____ años
- d) La edad de Lupecio dentro de 5 años: _____ años
- e) La edad de Lupecio hace 10 años: _____ años

Ejercicio 4 Lee las página 23 y 24 del libro de texto. Copia en tu cuaderno los ejemplos resueltos y realiza la actividad “Relaciona”.

Ejercicio 5 ¿Por qué crees que puede resultarnos útil traducir el enunciado de un problema a lenguaje algebraico?

El lenguaje algebraico

Ejercicio 6 Seguimos practicando la traducción a este nuevo lenguaje, el lenguaje algebraico, con nuestro amigo Lupecio y su familia.

La edad de Lupecio sigue siendo un misterio. Traduce las siguientes situaciones a expresiones algebraicas:

- a) La edad actual de Lupecio: x años
- b) Merluza, su prima, tiene el doble de años que Lupecio: _____ años
- c) Lupecia, su hermana, tiene la mitad de años que Lupecio: _____ años
- d) La edad del padre es el triple de la edad de Lupecio, más 7 años: _____ años
- e) Pescadio, el abuelo, tiene 7 veces la edad que Lupecio tendrá el año que viene: _____ años

Ejercicio 7 En el siguiente vídeo se muestran las respuestas. [Expresiones algebraicas](#)

Si tenemos dudas sobre cómo obtener una expresión algebraica, trabajamos primero con números concretos y vemos qué operaciones hacemos con esos números. Después, esas mismas operaciones las aplicamos a las letras. Mira cómo se hace en el vídeo a los 30 segundos y al minuto 48 segundos.

El lenguaje algebraico

Ejercicio 8 Ayuda a Lupeca y une las expresiones algebraicas con cada enunciado:



El doble de número	$x/2$
La mitad de número	$x - 1$
El siguiente de un número	$3x + 4$
El anterior de número	$2x$
El triple de un número mas 4 unidades	$x + y$
La suma de dos números	$x + 1$

El lenguaje algebraico

Ejercicio 9 Traduce a expresiones algebraicas los siguientes enunciados:

- | | |
|---------------------------------|--|
| a) Un número cualquiera | j) Un número par |
| b) La suma de dos números | k) Un número impar |
| c) La diferencia de dos números | l) Dos números consecutivos |
| d) El cociente de dos números | m) Un número aumentado en 4 |
| e) El doble de un número | n) Un número disminuido en 2 |
| f) El triple de un número | o) El doble de la suma de 2 números |
| g) La mitad de un número | p) El triple de la cuarta parte de un número |
| h) La cuarta parte de un número | q) Mi edad dentro de 8 años |
| i) El cuadrado de un número | r) Mi edad hace 5 años |

Ejercicio 10 En el siguiente vídeo tienes las soluciones, observa pasa a paso:

[Traducir a lenguaje algebraico](#)

El lenguaje algebraico

Ejercicio 11

Traduce a lenguaje algebraico las siguientes situaciones sabiendo que

- Peso de un tubo de galletas $\longrightarrow$ x gramos
- Peso de dos tubos de galletas $\longrightarrow$
- Una caja pesa 400 gramos más que un tubo $\longrightarrow$
- Peso de dos tubos y una caja $\longrightarrow$



x gramos



Ejercicio 12

Fíjate en el ejemplo y traduce:

Lo que pago por un disco rebajado un 15%.

Ejercicio 13

Traduce en una igualdad matemática los siguientes enunciados:

- La suma de un número y su siguiente es 21.
- La edad de Ana, dentro de ocho años, será igual al doble de la que tenía hace dos años.

Ejemplo



Precio del jersey $\rightarrow x$

Precio rebajado un 20% $\rightarrow x - \frac{x \cdot 20}{100}$

El lenguaje algebraico

Las expresiones algebraicas surgen al traducir a lenguaje matemático situaciones en las que aparecen datos desconocidos que se representan por letras.

Son expresiones algebraicas:

$$3x - 5 \quad x^2 + 1 \quad \frac{(a+1) \cdot b}{5} \quad \frac{(t+1)^2}{3} \quad \frac{a+b}{a}$$

El **valor numérico de una expresión algebraica** es el valor que toma cuando las letras se transforman en números conocidos.

Así, el valor numérico de $\frac{(a+1) \cdot b}{5}$ para $a = 9$ y $b = 3$ es $\frac{(9+1) \cdot 3}{5} = 6$

Ejercicio 14

Calcula el valor numérico de la expresión $x^2 + xy - 12$ cuando $x = 3$ e $y = -1$

Solución: -6

¡Seguimos!

2º paso

Ya sabemos traducir un enunciado a este nuevo lenguaje. Hemos visto que las expresiones así obtenidas, formadas por letras y números, reciben el nombre de **expresiones algebraicas**.

El segundo paso que debemos dar para resolver cualquier problema utilizando el álgebra es **operar con las expresiones algebraicas** obtenidas en el 1^{er} paso: sumar, restar, multiplicar, dividir.

2. Estudio de las expresiones algebraicas y sus operaciones

- Monomios
- Operaciones con monomios
- Polinomios
- Operaciones con polinomios

Monomios

Las expresiones algebraicas más simples, formadas por productos de letras y números, se llaman **monomios**.

Un **monomio** consiste en el producto de un número conocido (**coeficiente**) por una o varias letras (**parte literal**).

Por ejemplo:

$$\begin{array}{ccccc} -4 \cdot x & & \frac{2}{3} \cdot a^2 \cdot b \\ \boxed{} & \boxed{} & \boxed{\frac{2}{3}} & \boxed{} & \\ \text{COEFICIENTE} \uparrow & \uparrow & \text{COEFICIENTE} \uparrow & \uparrow & \text{PARTE LITERAL} \end{array}$$

Monomios

- El **grado** de una letra es el exponente al que está elevada. Se llama **grado de un monomio** a la suma de los grados de las letras que lo forman.

$$\begin{array}{cc} 7x & -6a \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\ \uparrow & \uparrow \\ \text{MONOMIOS DE} \\ \text{PRIMER GRADO} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 4x^2 & \frac{3}{5}ab \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\ \uparrow & \uparrow \\ \text{MONOMIOS DE} \\ \text{SEGUNDO GRADO} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 2x^3 & -x^2y \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\ \uparrow & \uparrow \\ \text{MONOMIOS DE} \\ \text{TERCER GRADO} \end{array}$$

- Monomios semejantes:** son los que tienen la misma parte literal (las mismas letras con los mismos exponentes).

$$\text{Por ejemplo: } 4x^2y \quad \xleftrightarrow[\text{SEMEJANTES}]{\text{MONOMIOS}} \quad \frac{5}{3}x^2y$$

Monomios

Ejercicio 15 Lee la página 25 del libro de texto. Fíjate bien en los ejemplos. Realiza en tu cuaderno la actividad “Relaciona”

Ejercicio 16 Antes de hacer el siguiente ejercicio, visiona el vídeo. En él se explica de forma muy sencilla qué es un monomio: [Bosque de monomios](#)

Ejercicio 17 **Completa la tabla de monomios.**

Monomio	Coeficiente	Parte literal	Grado
$5x$			
$-6x^2$			
$-2xy$			
x^3			
$\frac{2}{3} a^2b^3$			



Operaciones con monomios

Suma y resta de monomios

Ejercicio 18 Lee el apartado “Suma y resta de monomios” de la página 26 del libro

Ejercicio 19 Copia y resuelve en tu cuaderno los ejemplos que aparecen en el vídeo:

Suma y resta de monomios

Ejercicio 20

Suma los siguientes monomios:

a) $x + x + x$

c) $x^2 + x^2$

e) $4a + 2a$

g) $3x^2 + 6x^2$

i) $m^3 + 2m^3 + 4m^3$

b) $n + n + n + n$

d) $a^3 + a^3 + a^3 + a^3$

f) $4m + 4m$

h) $5a^2 + a^2 + 2a^2$

j) $3x^4 + 6x^4 + 2x^4$

Ejercicio 21

Reduce.

a) $x + \frac{1}{2}x$

c) $\frac{3}{7}m + \frac{2}{7}m$

e) $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x^2$

b) $a + \frac{3}{4}a$

d) $\frac{1}{4}n + \frac{2}{3}n$

f) $\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{3}a^2 + \frac{1}{6}a^2$

Operaciones con monomios

Suma y resta de monomios

Ejercicio 22

Resta estos monomios:

a) $8x - 3x$

c) $11x^2 - 6x^2$

e) $m^3 - 5m^3$

g) $\frac{5}{6}x - \frac{1}{6}x$

b) $8a - 7a$

d) $5a^2 - 9a^2$

f) $4n^4 - n^4$

h) $\frac{3}{4}a^2 - \frac{1}{2}a^2$

Importante: debes recordar cómo sumar y restar números enteros (positivos y negativos)

Ejercicio 23

Iguala cada expresión con su reducida:

$x + x + 1$

$2x^2 + 2x + 3$

$x^2 + x^2 + x$

$x^2 + 5$

$3x^2 - 2x^2 + 5$

$4x^2 + x + 4$

$x^2 + x^2 + x + x$

$2x^2 + x$

$2x^2 + 4x - 2x + 3$

$2x^2 + 2x$

$9x^2 - 5x^2 + 3 + x + 1$

$2x + 1$

Operaciones con monomios

Suma y resta de monomios

Ejercicio resuelto

Eliminar paréntesis y reducir.

$$\begin{aligned} a) (5x + 1) - (2x - 3) &= 5x + 1 - 2x + 3 = \\ &= 5x - 2x + 1 + 3 = 3x + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) (4x^2 - 6) - (x^2 - 2x + 1) &= 4x^2 - 6 - x^2 + 2x - 1 = \\ &= 4x^2 - x^2 + 2x - 6 - 1 = 3x^2 + 2x - 7 \end{aligned}$$

Recuerda:

si delante de un paréntesis tenemos un signo menos, al eliminar el paréntesis, cambiamos el signo **de todos los términos que hay dentro del paréntesis**

Ejercicio 24

Quita paréntesis y reduce.

a) $3x + (2x - 1)$

b) $7x - (5x - 4)$

c) $6x - (4x + 2)$

d) $3x - (x + 5)$

e) $(x - 5) + (x - 3)$

f) $(4x + 2) - (3x + 2)$

Ejercicio 25 Quita paréntesis y reduce.

a) $(3x^2 - 5x + 2) + (x^2 - 2x + 1)$

b) $(5x^2 - 2x - 3) - (4x^2 + 3x - 1)$

c) $(x - 3) + (x^2 + 2x + 1)$

d) $(6x^2 - x) - (3x^2 - 5x + 6)$

Operaciones con monomios

Multiplicación y división de monomios

Ejercicio 26 Lee el apartado “Producto y división de monomios” de la página 26 del libro y realiza la Práctica 1.

Ejercicio 27 Copia y resuelve en tu cuaderno los ejemplos que aparecen en el vídeo, excepto del d).

Multiplicación y división de monomios

Ejercicio 28

Haz las multiplicaciones siguientes:

a) $(3x) \cdot (5x)$

b) $(-a) \cdot (4a)$

c) $(4a) \cdot (-5a^2)$

d) $\left(\frac{x^2}{2}\right) \cdot (6x)$

e) $\left(\frac{x^2}{3}\right) \cdot \left(\frac{x^2}{2}\right)$

f) $(5a) \cdot \left(-\frac{1}{5}a^2\right)$

Ejercicio 29

Recuerda las propiedades de las potencias y divide.

a) $x^2 : x$

b) $a^3 : a$

c) $m^3 : m^2$

d) $x^5 : x^5$

e) $a^6 : a^2$

f) $m^7 : m^3$

g) $x^7 : x$

h) $a^4 : a^4$

i) $m^6 : m^5$

Polinomios

Ejercicio 30 Lee la página 27 del libro de texto. Fíjate en los ejemplos y realiza en tu cuaderno la actividad “Completa”

Ejercicio 31 Indica el grado de cada polinomio.

a) $x^2 - 3x + 7$

b) $x^4 - 2$

c) $5x^3 - 3x^2$

d) $9x^6 + 2x$

e) $x^5 - 2x^2$

f) $6x^4 - 3x^4$

Ejercicio 32 Calcula el valor numérico de $x^3 - 5x^2 - 11$.

a) Para $x = 1$.

b) Para $x = -1$.

Ayuda: página 28 del libro de texto

Operaciones con polinomios

Multiplicación de un monomio por un polinomio: lee la primera parte de la página 30

Como el polinomio es una suma, aplicamos la propiedad distributiva; es decir, multiplicamos por cada sumando.

Ejemplos

- $3 \cdot (3a + 5b) = 3 \cdot 3a + 3 \cdot 5b = 9a + 15b$
- $4x \cdot (x^2 - 3y^2) = 4x \cdot x^2 - 4x \cdot 3y^2 = 4x^3 - 12xy^2$

Nota: la suma y la resta de polinomios las hemos trabajado en los ejercicios 24 y 25. Solamente podemos sumar o restar los términos que son semejantes.

Ejercicio 33

Calcula.

a) $3 \cdot (2x + 5)$

b) $5 \cdot (x^2 - x)$

c) $7 \cdot (x^3 - 1)$

d) $(-2) \cdot (5x - 3)$

e) $x \cdot (x + 1)$

f) $2x \cdot (3x - 5)$

g) $x^2 \cdot (5x - 2)$

h) $3x^2 \cdot (x + 2)$

i) $3x \cdot (x^2 - 2)$

j) $5x \cdot (x^2 + x + 1)$

k) $(-2x) \cdot (x^2 + 3)$

l) $-x \cdot (x^3 + x + 3)$

¡Para la próxima!

Nos queda pendiente para la próxima tarea, la última del curso, el punto 3 de este tema.

3. Ecuaciones de primer grado

- Resolución de ecuaciones de primer grado
- Aplicación a la resolución de problemas

Aprenderemos a resolver ecuaciones sencillas.

Y aplicaremos todo lo trabajado en el tema de álgebra en la resolución de problemas.