

TRABAJO SEMANAS 5 y 6

LOS NÚMEROS RACIONALES

-2ª parte-

Contenidos:

- Operaciones con fracciones
- Problemas

Recuerda que dividimos la unidad en cuatro bloques tal como indica el libro en la página 7

1. Los números racionales
- 2. Operaciones con fracciones y problemas**
3. Potencias de números racionales
4. La notación científica

Nos centramos ahora en el segundo punto del tema, OPERACIONES CON FRACCIONES y PROBLEMAS, que va desde la página 14 hasta la página 17 del libro de texto. Es una parte que ya conoces de cursos anteriores, por tanto, no te va a resultar complicada.

En este trabajo aparecen enlaces a programas externos o a vídeos que pueden servirte de ayuda.

Realiza los **26 ejercicios** en tu cuaderno, vienen marcados por un número en rojo. Cuando se envíen las soluciones es importante que las compares con el trabajo que tú has hecho, así verás en qué has fallado.

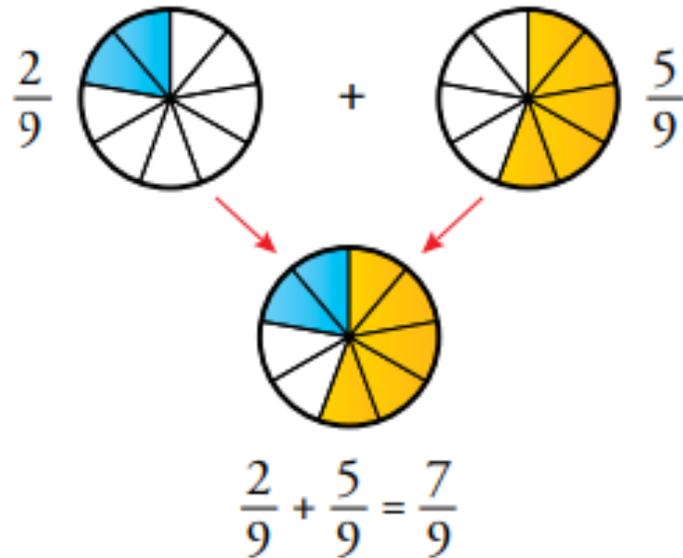
Suma y resta de fracciones con igual denominador (Página 14)

Para **sumar fracciones** con el **mismo denominador**, se suman sus numeradores y se mantiene el denominador.

Ejemplos

$$\bullet \frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{2+5}{9} = \frac{7}{9}$$

$$\bullet \frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{7-3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$



Veámoslo con un dibujo:

las porciones son todas del mismo tamaño, por tanto, se pueden sumar sin problema. Esto es gracias a que las fracciones tienen igual denominador.

Suma y resta de fracciones con distinto denominador (Página 14)

Para **sumar fracciones con distinto denominador**, primero se transforman en otras equivalentes con el mismo denominador.

Ejemplos: a) $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} = \frac{45}{60} + \frac{48}{60} + \frac{50}{60} = \frac{45 + 48 + 50}{60} = \frac{143}{60}$

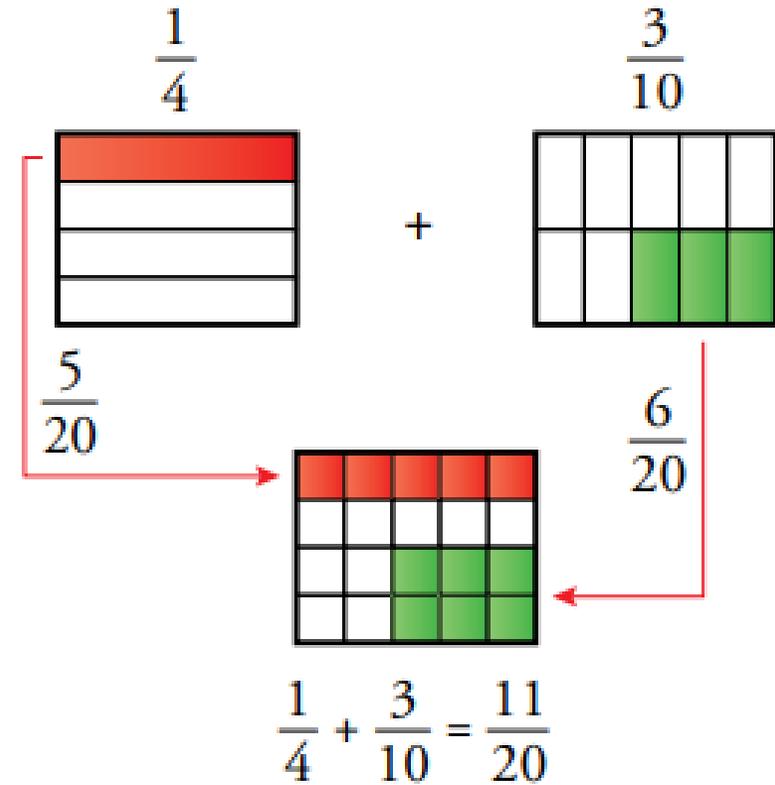
b) $\frac{2}{3} + 7 = \frac{2}{3} + \frac{7}{1} = \frac{2}{3} + \frac{21}{3} = \frac{23}{3}$

La resta se comporta como la suma. Basta con tener en cuenta los signos, que actúan como en los números enteros.

Para sumar o restar fracciones, deben tener todas igual denominador

Veámoslo con un dibujo:

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{10} = \begin{cases} \text{mín.c.m. (4, 10) = 20} \\ \text{Tomamos 20 como denominador común.} \end{cases}$$
$$= \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 2}{10 \cdot 2} = \frac{5}{20} + \frac{6}{20} = \frac{5+6}{20} = \frac{11}{20}$$

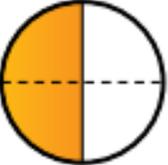


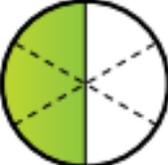
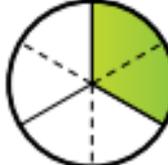
Buscamos fracciones equivalentes a las dadas pero que tengan todas ellas en mismo denominador, así conseguimos que las porciones sean todas del mismo tamaño. De esta forma se pueden sumar (o restar) porciones sin problema.

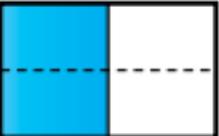
Accede al siguiente enlace para **visualizar gráficamente** la suma de fracciones: [Enlace](#)
(Entra en "[suma con distinto denominador](#)". En el enlace también se explica cómo se suma numéricamente)

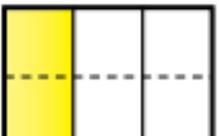
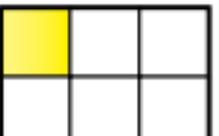
1. Lee la página 14 del libro de texto y realiza la actividad 5

2. Observa y calcula mentalmente.

a)  +  $\longrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

d)  +  $\longrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

b)  -  $\longrightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

e)  -  $\longrightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$

3. Resuelve **mentalmente**:

a) $1 - \frac{4}{5}$

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$

d) $\frac{7}{5} - 1$

e) $\frac{15}{5} - 3$

f) $\frac{1}{8} - \frac{1}{2}$

4. **Ejercicio voluntario.** Práctica en el siguiente enlace: [sumas y restas de fracciones](#)

Producto de fracciones (Página 15)

El producto de dos fracciones es otra fracción cuyo denominador es el producto de sus denominadores y cuyo numerador es el producto de sus numeradores.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

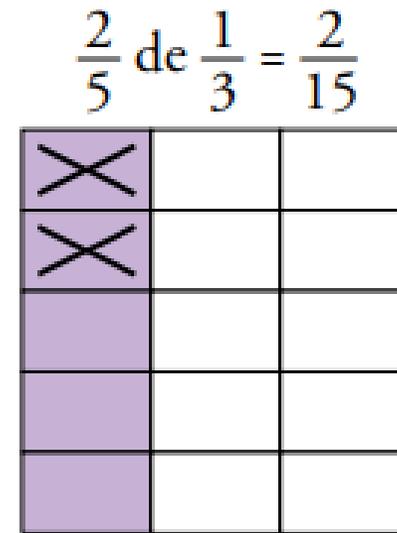
Ejemplos: a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

b) $\frac{2}{15} \cdot 6 = \frac{2}{15} \cdot \frac{6}{1} = \frac{2 \cdot 6}{15 \cdot 1} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

Producto de fracciones: Fracción de otra fracción

Una fracción de otra fracción es igual al producto de ambas fracciones.

Ejemplo: $\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$



5. Accede al siguiente enlace para **visualizar gráficamente** el producto de fracciones: [Enlace](#)
Entra en “multiplicación”, selecciona producto gráfico y mueve el deslizador azul.

Fracción de otra fracción

6. ¿Verdadero o falso?
- a) La mitad de la mitad es un cuarto.
 - b) La mitad de un cuarto es un medio.
 - c) La cuarta parte de un tercio es un séptimo.
 - d) Un tercio de tres cuartos es un cuarto.
 - e) El triple de dos novenos son dos tercios.
7. Adela compra medio kilo de almendras y emplea las dos quintas partes en hacer una tarta. ¿Qué fracción de kilo de almendras lleva la tarta?

División de fracciones (Página 15)

La inversa de la fracción $\frac{a}{b}$ es $\frac{b}{a}$ porque $\frac{a \cdot b}{b \cdot a} = 1$.

El cociente de dos fracciones es el producto de la primera por la inversa de la segunda.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Ejemplos: a) $\frac{7}{4} : \frac{5}{2} = \frac{7}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{7 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$

b) $\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

8. Accede al siguiente enlace para **visualizar gráficamente** la división de fracciones: [Enlace](#)
9. Lee la página 15 del libro de texto y realiza el ejercicio 6 (alguna solución no es correcta)

Operaciones combinadas (Página 16)

10. Lee la página 16 del libro de texto y observa bien los ejemplos. Realiza del ejercicio 7 los apartados a, b, d y e. Resuelve en árbol. (alguna solución no es correcta)

11. Practica en el siguiente enlace al menos 4 ejercicios. Resuelve en árbol. Copia en tu cuaderno todo el proceso.

[Enlace](#)

Recuerda

PRIORIDAD DE LAS OPERACIONES

- Primero, los paréntesis.
- Después, las multiplicaciones y las divisiones.
- Por último, las sumas y las restas.

$$\frac{7}{8} - \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right)$$

$$\frac{7}{8} - \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{6}$$

$$\frac{7}{8} - \frac{15}{48} = \frac{9}{16}$$

La fracción de una cantidad (fracción como operador página 17)

Cálculo de la parte conociendo el total (proceso directo)

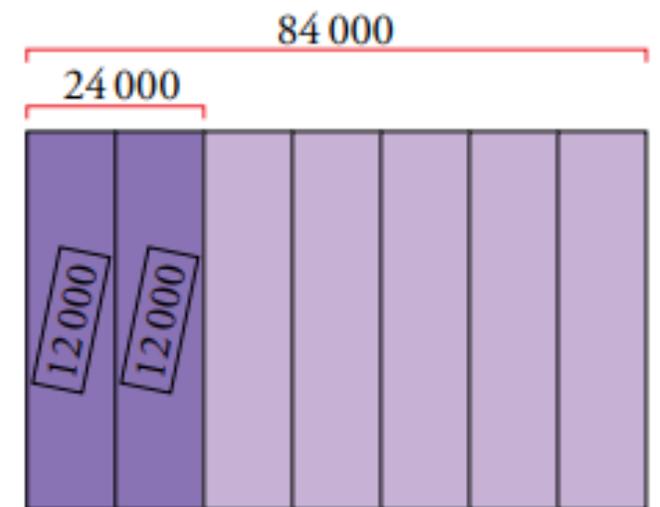
¿Cuánto dinero le corresponde a un heredero a quien se le asignan los $\frac{2}{7}$ de una herencia de 84 000 €?

Dividimos, primero, 84 000 € entre 7 para calcular su séptima parte, y multiplicamos el resultado por 2.

$$\frac{2}{7} \text{ de } 84\,000 \text{ €} = (84\,000 : 7) \cdot 2 = 12\,000 \cdot 2 = 24\,000 \text{ €}$$

El siguiente vídeo te ayudará a entenderlo mejor:

[Enlace](#)



$$\frac{1}{7} \text{ de } 84\,000 = 84\,000 : 7 = 12\,000$$

$$\frac{2}{7} \text{ de } 84\,000 = 12\,000 \cdot 2 = 24\,000$$

La fracción de una cantidad (fracción como operador página 17)

Cálculo del total conociendo la parte (proceso inverso)

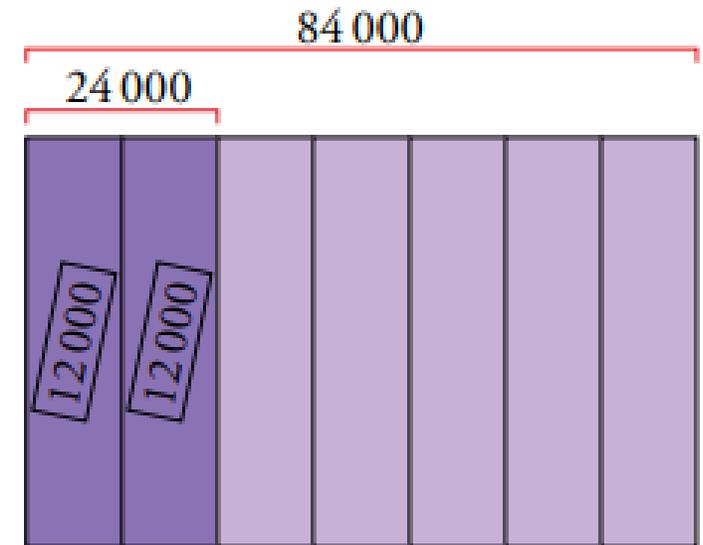
En el reparto de una herencia, a uno de los beneficiarios le han correspondido los $\frac{2}{7}$ del total, que son 24 000 €. ¿Cuál era la cantidad total a repartir?

$$\frac{2}{7} \text{ del total} = 24\,000 \text{ €} \rightarrow \frac{1}{7} \text{ del total} = 24\,000 : 2 = 12\,000 \text{ €}$$

$$\frac{7}{7} \text{ del total} = (24\,000 : 2) \cdot 7 = 12\,000 \cdot 7 = 84\,000 \text{ €}$$

Vemos que ahora se procede a la inversa:

$$\frac{2}{7} \text{ del total} = 24\,000 \text{ €} \longrightarrow \text{total} = (24\,000 : 2) \times 7$$



La fracción de una cantidad (fracción como operador página 17)

En resumen:

Cálculo de la parte (P)

Para calcular una fracción, $\frac{a}{b}$, de una cantidad, C , se divide la cantidad entre el denominador y se multiplica por el numerador.

$$P = \frac{a}{b} \text{ de } C = (C : b) \cdot a$$

Calculo del total (C)

Para calcular la cantidad total, C , se divide la parte, P , entre el numerador de la fracción y se multiplica por el denominador.

$$P = \frac{a}{b} \text{ de } C \rightarrow C = (P : a) \cdot b$$

La fracción de una cantidad
(fracción como operador página 17)

12. Calcula mentalmente:

- a) Los dos quintos de 400.
- b) El número cuyos dos quintos es 40.
- c) Los tres séptimos de 140.
- d) El número cuyos cinco sextos es 25.

13. Calcula:

a) $\frac{3}{7}$ de 140

b) $\frac{5}{8}$ de 312

c) $\frac{5}{32}$ de 224

d) $\frac{17}{8}$ de 1 000

**La fracción de una cantidad
(fracción como operador página 17)**

14. Los $\frac{2}{5}$ de un número valen 14. ¿Qué número es?

15. Calcula el valor de M y N: a) $\frac{3}{10}$ de $M = 18$ b) $\frac{5}{12}$ de $N = 120$

16. Calcula mentalmente

- a) Los tres cuartos de un número valen 12. ¿Cuál es el número?
- b) Los dos tercios de un número valen 20. ¿De qué número se trata?
- c) Los $\frac{3}{5}$ de una cantidad son 15. ¿Cuál es esa cantidad?

PROBLEMAS CON FRACCIONES

Tipos de problemas propuestos

1. Fracción de una cantidad:

- Cálculo de la fracción
- Cálculo de la parte (problema directo)
- Cálculo del total (problema inverso)

(Se presentan tres problemas resueltos, uno de cada tipo, para que sirvan de modelo)

2. Sumas y restas de fracciones

(En la próxima entrega, veremos otros tipos de problemas)

Problemas: fracción de una cantidad

Problema resuelto

■ PROBLEMA 1: CÁLCULO DE LA FRACCIÓN

La empresa municipal de alquiler de bicicletas dispone de un total de 1155 unidades, de las que 330 están en reparación o reserva, y el resto, en funcionamiento. ¿Qué fracción de las bicicletas está en funcionamiento?

$$\text{Fuera de servicio} \longrightarrow \frac{330}{1155} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} :3 \\ :3 \end{smallmatrix}} \frac{110}{385} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} :5 \\ :5 \end{smallmatrix}} \frac{22}{77} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} :11 \\ :11 \end{smallmatrix}} \frac{2}{7}$$

$$\text{En funcionamiento} \longrightarrow \frac{7}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

Solución: Están en funcionamiento $5/7$ de las bicicletas.

En este tipo de problemas, **se pide la fracción**, construida a partir de una cantidad y una parte de esa cantidad. Fracción = parte/total

17. Accede al enlace, copia y resuelve en tu cuaderno 4 problemas: [Enlace](#)
(Comprueba el resultado)

Problemas: fracción de una cantidad

Problema resuelto.

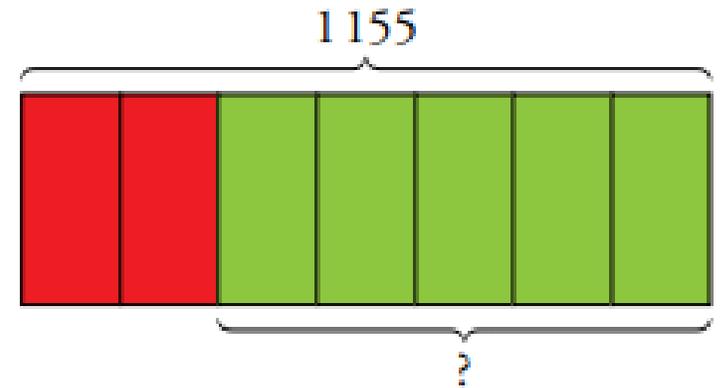
■ PROBLEMA 2: CÁLCULO DE LA PARTE (PROBLEMA DIRECTO)

La empresa municipal de alquiler de bicicletas dispone de un total de 1 155 unidades, de las que $\frac{2}{7}$ están, en reparación o reserva, fuera de servicio. ¿Cuántas bicicletas hay en funcionamiento?

$$\text{Fuera de servicio} \longrightarrow \frac{2}{7} \text{ de } 1\,155 = \frac{1\,155 \cdot 2}{7} = 330$$

$$\text{En funcionamiento} \longrightarrow 1\,155 - 330 = 825$$

Solución: Hay 825 bicicletas en funcionamiento.



En este tipo de problemas, se pide el **cálculo de la parte**, conociendo el total y la fracción del total.

Problemas: fracción de una cantidad

Problema resuelto.

■ PROBLEMA 3: CÁLCULO DEL TOTAL (PROBLEMA INVERSO)

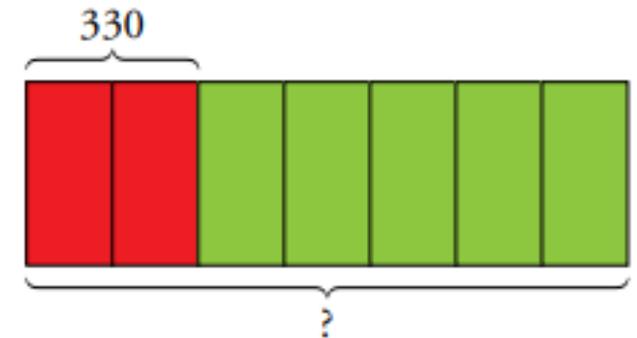
La empresa municipal de alquiler de bicicletas tiene 330 unidades fuera de servicio, en reparación o reserva, lo que supone $\frac{2}{7}$ del total. ¿De cuántas bicicletas dispone la empresa?

$$\frac{2}{7} \text{ del total} \longrightarrow 330$$

$$\frac{1}{7} \text{ del total} \longrightarrow 330 : 2 = 165$$

$$\frac{7}{7}, \text{ es decir, el total} \longrightarrow 165 \cdot 7 = 1\ 155$$

Solución: La empresa dispone de 1 155 bicicletas.



En este tipo de problemas, más difícil, se pide el **cálculo del total**, conociendo la fracción y el valor de la parte. Es el problema inverso al anterior.

18. Accede al enlace, copia y resuelve en tu cuaderno 4 problemas: [Enlace](#)
(Comprueba el resultado)

Problemas: fracción de una cantidad

Estos tres problemas plantean diferentes enfoques de una misma situación. Intenta relacionar cada problema con uno de los ejemplos para que te sirva de modelo

19. Un colegio tiene matriculados 837 alumnos de los cuales 186 están en primer ciclo de ESO. ¿Qué fracción de alumnos matriculados cursa primer ciclo de ESO?
20. Un colegio tiene matriculados 837 alumnos de los cuales $\frac{2}{9}$ están en primer ciclo de ESO. ¿Cuántos alumnos tiene en primer ciclo de ESO?
21. Un colegio tiene matriculados 186 alumnos en primer ciclo de ESO, lo que supone los $\frac{2}{9}$ del total. ¿Cuántos alumnos son en total?

Problemas: fracción de una cantidad

22. Una tienda de confección puso a la venta, la semana pasada, una partida de vestidos de señora. Ha vendido ya las dos quintas partes y aún le quedan 60 unidades. ¿Cuántos vestidos ha vendido?
23. Una empresa tiene 60 empleados. Los $\frac{3}{4}$ tienen contrato indefinido; $\frac{2}{3}$ del resto tienen contrato temporal, y los demás son eventuales. ¿Cuántos trabajadores eventuales hay en la empresa?

Problemas: sumas y restas de fracciones

24. Una familia dedica dos tercios de sus ingresos a cubrir gastos de funcionamiento, ahorra la cuarta parte del total y gasta el resto en ocio. ¿Qué fracción de los ingresos invierte en ocio?
25. Entre los usuarios de un polideportivo, uno de cada diez tiene más de 60 años, y dos de cada cinco están entre los 25 y los 60 años. ¿Qué fracción de los usuarios tiene 25 años o menos?

Tarea final

COMPRA DE ENSERES

La familia Rivero gastó, el mes pasado, la mitad del dinero que tenía en la entrada para un coche nuevo. De lo que les quedaba, invirtieron la quinta parte en reponer el televisor, que se había estropeado sin posibilidad de arreglo. Además, gastaron la cuarta parte del resto en el funcionamiento del día a día.

De esta forma, cuando acabó el mes, la cuenta tenía un saldo de 3000 €.

a) Representa en el gráfico la parte gastada en cada partida.

 COCHE

 TV

 DÍA A DÍA

 RESTO

Ayuda: resuelve gráficamente, sin operar con fracciones

b) ¿En qué partida se invirtió una cantidad mayor, en el televisor o en los gastos del día a día?

c) ¿Con cuánto dinero comenzó el mes la familia?