

TRABAJO SEMANAS 10 y 11

# FUNCIONES

# Lo que vamos a trabajar...

***En tercero iniciamos el estudio de las funciones. Con esta tarea afianzaremos los siguientes contenidos:***

- *¿Qué es una función?*
- *Reconocer las variables independiente y dependiente*
- *Trabajar las diferentes formas de expresar una función:*
  - *a través un enunciado*
  - *mediante una expresión algebraica o “fórmula” (este punto es nuevo)*
  - *completando una tabla de valores*
  - *a través de su representación gráfica sobre unos ejes cartesianos.*

# Lo que vamos a trabajar...

- *Una vez comprendido el concepto de función, nos centramos en el estudio de algunas de sus características a través de ejemplos de funciones expresadas mediante enunciados y/o gráficas:*
  - *crecimiento y decrecimiento de una función*
  - *máximos y mínimos de una función*
  - *tendencia de una función*
  - *funciones discontinuas*
  - *periodicidad*

La siguiente actividad nos servirá para recordar...

**Ejercicio 1** Lee la página 52 del libro de texto y realiza la actividad propuesta. En el ejercicio **estudiamos el comportamiento de una función a través de su representación gráfica**: evolución de la temperatura a lo largo del día.  
Responde a las preguntas del ejercicio seleccionando las frases correctas.

# ¿Qué es una función?

variable independiente (x)  $\longrightarrow$  variable dependiente  $y = f(x)$

# ¿Qué es una función?

variable independiente (x)  $\longrightarrow$  variable dependiente  $y = f(x)$

**Ejercicio 2** Visiona el siguiente vídeo y responde en tu cuaderno: [¿Qué es una función?](#)

- a) ¿Qué es una función? Escribe su definición.
- b) ¿Por qué una de las variables se llama independiente y la otra dependiente?

**Ejercicio 3** En el vídeo nos muestran una función expresada mediante el siguiente **enunciado**:

***“Cada paquete de chicles cuesta 0.20 €”***

- b) ¿Qué variables se relacionan en esta función?
- c) ¿Cuál es la variable independiente? **llamaremos x a la variable independiente**
- d) ¿Cuál es la variable dependiente? **llamaremos y a la variable dependiente**
- e) Escribe la **expresión algebraica o “fórmula”** que relaciona el coste (y) con el número de chicles comprados (x).

**Ejercicio 4** Además del ejemplo anterior, cita otro ejemplo de función que aparezca en el vídeo, indicando las variables que se relacionan, cuál es la variable independiente y cuál la dependiente.

# ¿Qué es una función?

variable independiente (x)  $\longrightarrow$  variable dependiente  $y = f(x)$

- Ejercicio 5** Lee la página 53 del libro de texto y realiza las tres actividades que se proponen en ella:
- Completa en tu cuaderno la tabla...
  - Escribe tres ejemplos más de funciones indicando cuál es la variable independiente y cuál la dependiente.
  - Realiza el ejercicio “Completa”
- Ejercicio 6** Fíjate en la información que aparece en el cuadro de la derecha de la página 53 y realiza el ejercicio “Verdadero o falso” de la página 54.

Ya sabemos qué es una función (una relación entre dos variables).  
Antes de pasar al estudio de las funciones (crecimiento, decrecimiento, máximos, mínimos, continuidad, etc.) **veamos las diferentes maneras en las que podemos expresar una función.**

# Formas de expresar una función

- Mediante un enunciado o descripción verbal
- Mediante una tabla de valores
- Mediante una gráfica
- Mediante una expresión algebraica o ecuación (fórmula)

# Formas de expresar una función

Como hemos visto en el ejercicio 1, para visualizar el comportamiento de una función usamos su **representación gráfica**.

En el ejercicio 2, hemos visto una función expresada mediante un **enunciado**. También hemos visto esa misma función dada mediante una **expresión algebraica o fórmula**.

Vemos pues que existen diferentes maneras de dar una función. Elegiremos una u otra forma según nos interese:

a veces nos puede interesar dar la función mediante un enunciado, otras, mediante su gráfica. También nos puede interesar trabajar con su fórmula, etc.

**Ejercicio 7** Lee la información que aparece en el cuadro de la izquierda de la página 52: “**Formas de expresar una función**”. Copia en tu cuaderno las diferentes maneras en las que podemos expresar una función.

**Es importante reconocer las diferentes maneras de expresar una función y saber pasar de una forma a otra**

Veámoslo con varios ejemplos.

# Formas de expresar una función

**Ejercicio 8** Visiona de nuevo el vídeo anterior en donde se nos muestra como ejemplo la siguiente función:

***“Cada paquete de chicles cuesta 0.20 €”***

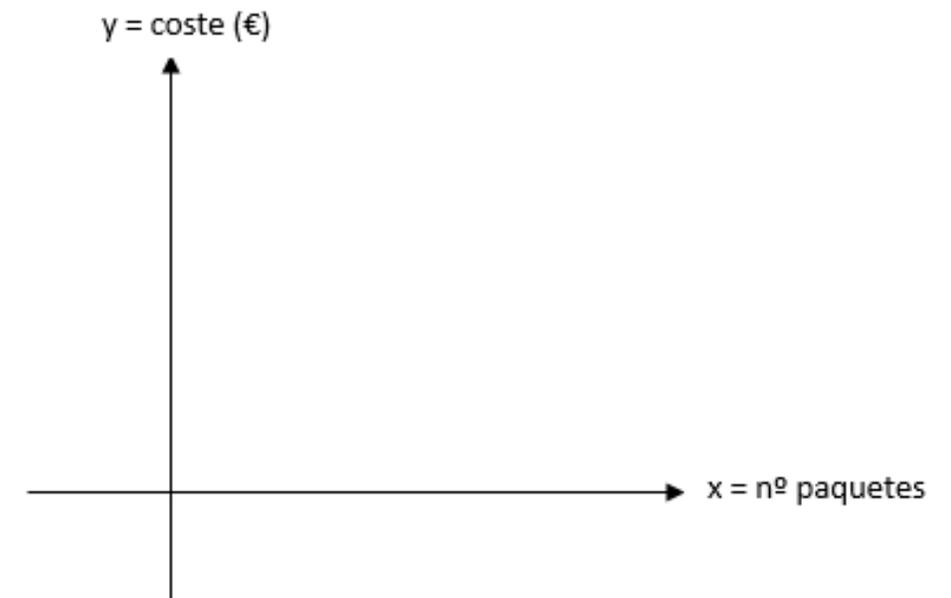
Dada la función anterior en forma de **enunciado**, exprésala mediante:

e) **una tabla de valores:**

nº de paquetes = x	0	1				
coste (€) = y						

f) **una gráfica.** No te olvides de graduar cada eje e indicar las magnitudes que representas.

g) **una expresión algebraica (ecuación o fórmula)** que relacione el coste (y) con el número de paquetes de chicle (x):  **$y = f(x)$**



# Formas de expresar una función

Veamos con otros ejemplos las diferentes maneras de dar una función

## Ejercicio 9

Dada una función expresada mediante el siguiente enunciado:

***“Unos zombis se acercan a tu casa. Ahora están a 5 km de distancia y cada hora avanzan 0.5 km”***

- ¿Cuál es la variable independiente de la función? ¿Y la dependiente?
- Completa la tabla de valores de la función
- Representa en una gráfica la función (recuerda que los zombis se van acercando desde el kilómetro 5)
- Comprueba que los puntos obtenidos en los apartados anteriores cumplen la expresión algebraica de la función (“la ecuación”):  **$y = 5 - 0.5x$**

Para obtener ayuda y comprobar los resultados, accede al enlace: [Funciones](#)

tiempo (horas) = x	distancia (km) = y
0	
2	
4	
6	
8	
10	

# Formas de expresar una función

**Ejercicio 10** Dada la función expresada por el siguiente enunciado:

**“Los zombis empezaron siendo 4. Cada hora que pasa contagian a dos alumnos más”**

- ¿Cuál es la variable independiente de la función? ¿Y la dependiente?
- Expresa la función mediante una tabla de valores, una gráfica y una ecuación (fórmula).

**Ejercicio 11** Visiona el vídeo entero y comprueba las soluciones del ejercicio anterior. [Funciones](#)

**Importante:** Como mejor se puede apreciar el comportamiento global de una función es mediante su **representación gráfica**. Por eso, siempre que pretendamos analizar una función, intentaremos representarla gráficamente, cualquiera que sea la forma en la cual, en principio, nos venga dada.

# Formas de expresar una función

## Ejercicio 12

Siguiendo los pasos indicados a la derecha, representa gráficamente en papel cuadriculado las siguientes funciones dadas por su ecuación:

a)  $y = -\frac{1}{2}x$

$x$	0	2	4	6	-2	-4
$y$						

b)  $y = x + 4$  dando a  $x$  los valores 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

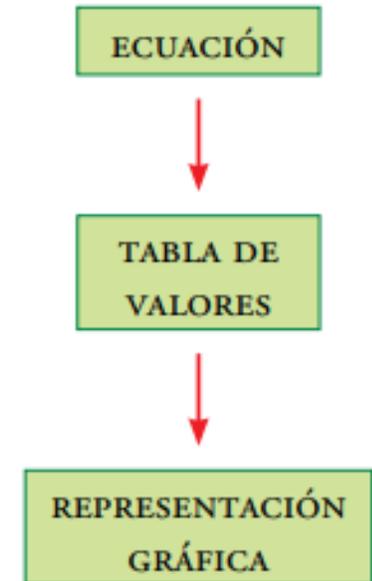
c)  $y = x^2$  dando a  $x$  los valores -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 y 4

d)  $y = x^2 - 6x + 3$  dando a  $x$  los valores 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

**Recuerda:** debes crear la tabla de valores antes de realizar la gráfica

## Ten en cuenta

La tabla de valores también se utiliza como paso intermedio entre la ecuación de la función y su representación gráfica.



# Formas de expresar una función

**Ejercicio 13** Fíjate en la ecuación y la forma de su gráfica de cada una de las cuatro funciones del ejercicio anterior. ¿Qué conclusión puedes extraer?

## Importante:

- Las funciones que tienen por ecuación  $y = mx$  se llaman **funciones lineales o de proporcionalidad directa** y su gráfica es una **recta que pasa por el origen**.
- Las funciones que tienen por ecuación  $y = mx + n$  se llaman **funciones afines** y su gráfica es una **recta**.
- Las funciones que tienen por ecuación  $y = ax^2 + bx + c$  se llaman **funciones cuadráticas** y su gráfica es una **parábola**.

**Ejercicio 14** Lee la página 67 del libro y fíjate bien en la tabla: **muchas situaciones cotidianas o fenómenos físicos se pueden describir mediante funciones elementales.**

# Formas de expresar una función

**Ejercicio 15** En una empresa de mensajería, A, cobran 4 € por cada kilo de peso del paquete que transporten. En otra empresa, B, cobran 3 € fijos más 3 € por cada kilo de peso.

a) Escribe las ecuaciones de las dos funciones: coste (y) en función del peso (x).

Mensajería A:  $y = 4x$

Mensajería B:  $y = \underline{\hspace{2cm}}$

b) Completa una tabla de valores para cada función:

x = peso (kg)	0	1	2	3	4	5
y = coste (€)						

c) Dibuja las gráficas en papel cuadriculado de las dos funciones sobre los mismos ejes.

d) Analiza con ayuda de las gráficas cuál de las dos tarifas es más ventajosa para el consumidor.

# Características de una función

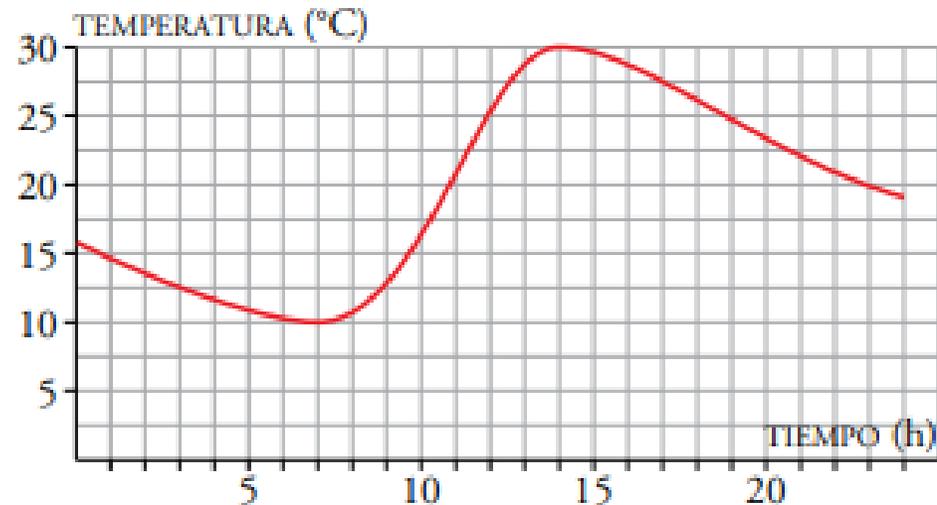
- Crecimiento y decrecimiento
- Máximos y mínimos
- Tendencia de una función
- Funciones discontinuas
- Periodicidad

# Crecimiento y decrecimiento

**Ejercicio 16** Lee las páginas 59 y 60 del libro y realiza la actividad de la página 60

**Ejercicio 17** La gráfica da la temperatura en Jaca a lo largo de un día. Responde:

- Indica los intervalos de tiempo en los que crece y aquellos en los que decrece.
- ¿Por qué crees que se producen esos aumentos y disminuciones de temperatura en esos tramos?
- ¿Crees que en la ciudad es verano o invierno? Justifícalo.



# Crecimiento y decrecimiento

## Ejercicio 18 VARIACIÓN DE LA PRESIÓN CON LA PROFUNDIDAD

*Al sumergirnos en agua, la presión aumenta de manera uniforme. En la superficie, la presión es la atmosférica (1 atm). Por cada 10 m que profundizamos, la presión aumenta una atmósfera (1 atm).*

Dibuja la gráfica de la función sabiendo que a nivel del mar la presión es de 1 atmósfera. Para ello:

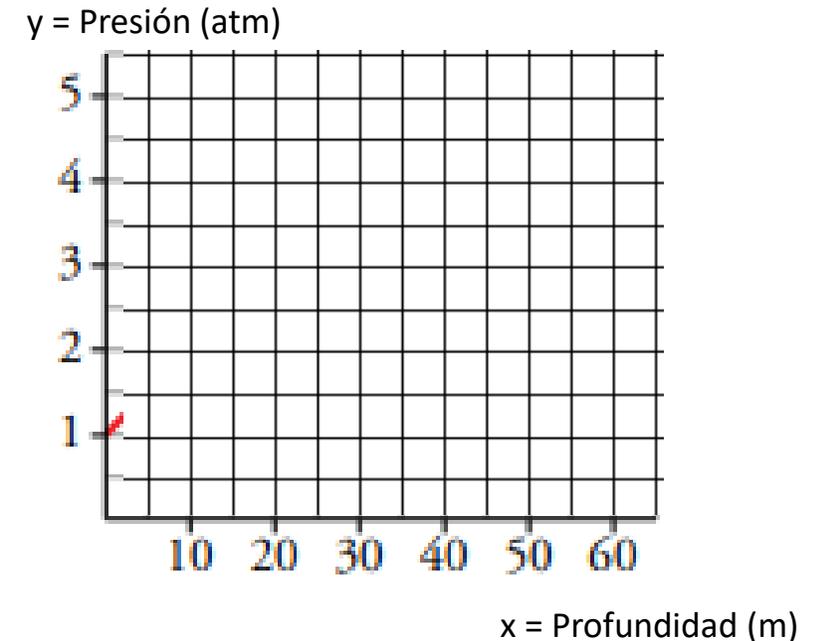
a) Completa primero la tabla de valores:

x = profundidad (m)	0	10	20	30	40
y = presión (atm)					

- b) Dibuja la gráfica de la función. Recuerda graduar los ejes e indicar la magnitud que representas en cada eje.
- b) Justifica si se trata de una función creciente o decreciente.
- c) ¿Sabrías escribir la expresión algebraica (ecuación) que relaciona la presión (y) con la profundidad (x)?

**Ayuda:** en la superficie la presión es de **1 atm** y por cada metro de profundidad, la presión **aumenta en 1/10 atm = 0.1 atm**

y = \_\_\_\_\_

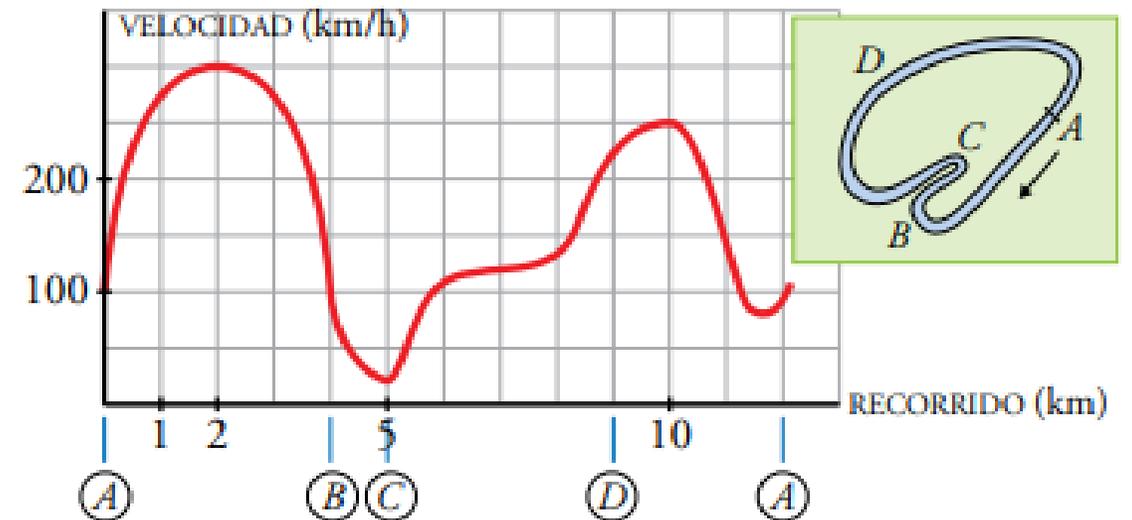


# Máximos y mínimos

**Ejercicio 19** Lee la página 61 del libro. Fíjate bien en los ejemplos.

**Ejercicio 20** Esta gráfica describe la velocidad de un coche de carreras en cada lugar de ese circuito:

- Di en qué tramos la velocidad es creciente y en cuáles es decreciente.
- ¿A qué crees que se deben los aumentos y las disminuciones de velocidad?
- Señala el máximo y el mínimo de esta función.



# Tendencia de una función

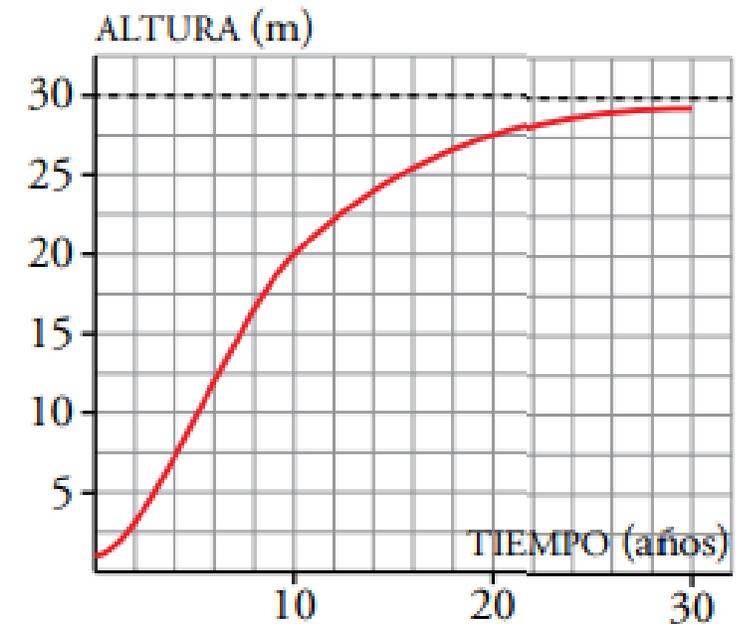
**Ejercicio 21** Lee la página 62 del libro. Fíjate bien en los ejemplos.

**Podríamos decir que la tendencia de una función es su comportamiento a largo plazo.** Fíjate en el ejemplo:

La gráfica muestra la evolución de la altura de un árbol de eucaliptus a lo largo de 30 años.

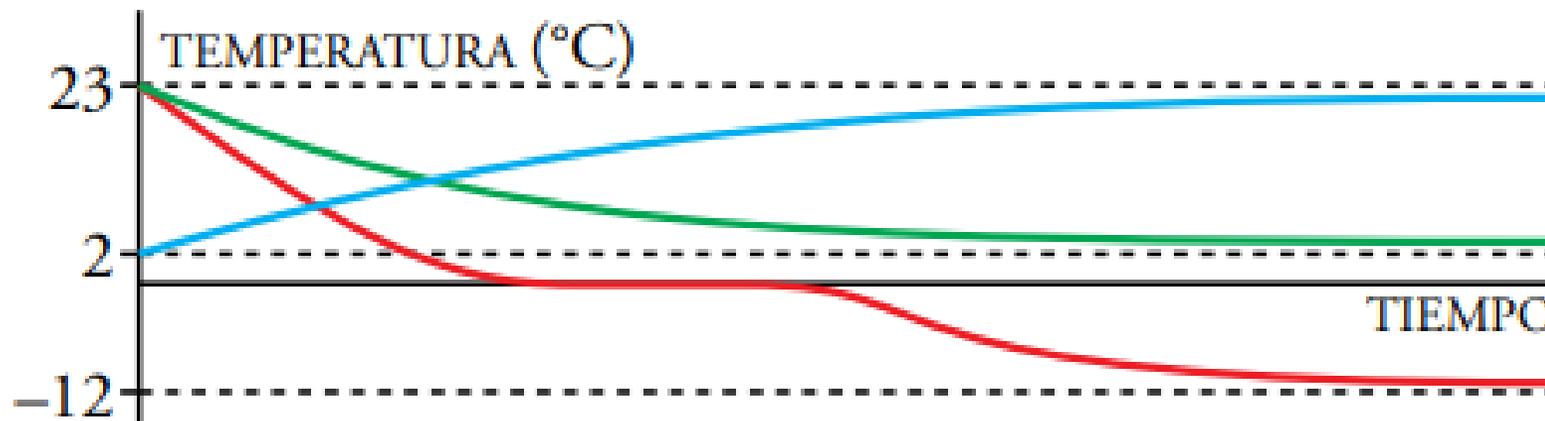
Es claro que, al pasar el tiempo, la altura del árbol se acerca a 30 m, su tope. Decimos, entonces, que **la altura del árbol tiende a 30 m con el transcurso del tiempo.**

Hay funciones en las que, aunque solo conozcamos un trozo de ellas, podemos predecir cómo se comportarían lejos del intervalo en que han sido estudiadas, porque tienen **ramas** con una **tendencia** muy clara.



# Tendencia de una función

**Ejercicio 22** Observa las siguientes gráficas de tres funciones diferentes:



a) Relaciona cada curva con estos enunciados sobre la temperatura de un vaso de agua:

- I. Cuando pasa de la mesa a la nevera. ¿A qué temperatura tiende el agua?
- II. Cuando se saca de la nevera y se deja en la mesa. ¿A qué temperatura tiende el agua?
- III. Cuando pasa de la mesa al congelador. ¿A qué temperatura tiende el agua?

b) ¿A qué temperatura está la casa? ¿Y el congelador? ¿Y la nevera?

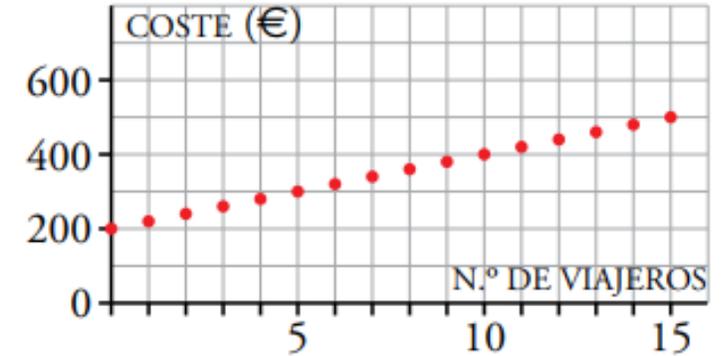
c) Ahora sacamos del microondas un vaso con agua a 50 °C. Dibuja la gráfica que muestre la temperatura del agua al pasar el tiempo. ¿A qué temperatura tiende el agua en este caso?

# Funciones discontinuas

**Ejercicio 23** Lee la página 63 del libro. Fíjate bien en los ejemplos.

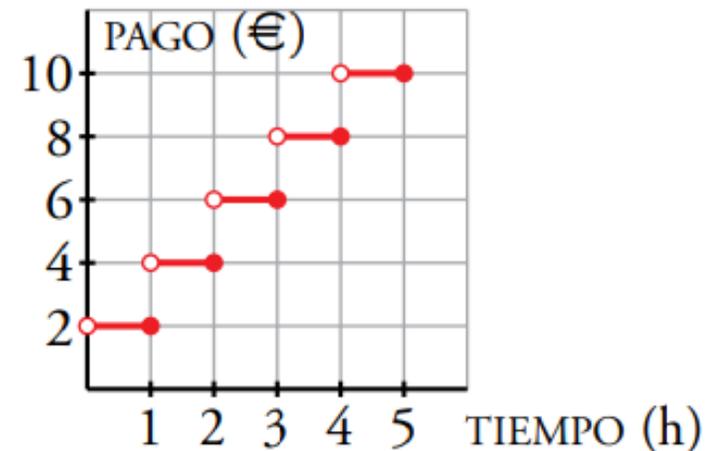
**Veamos algunos ejemplos cotidianos de funciones discontinuas:**

a) Por el alquiler de un autobús nos cobran 200 € fijos más 20 € por viajero. La gráfica de la derecha muestra la función:



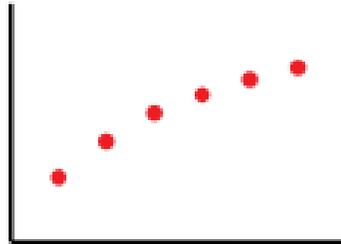
La variable independiente solo puede tomar los valores 0, 1, 2, 3, 4... y no los intermedios, ya que no tiene sentido un número fraccionario de viajeros. La gráfica es **discontinua** porque la variable independiente se mueve a saltos.

b) Hay muchos aparcamientos que siguen cobrando “por horas”. Esto quiere decir que solo por entrar ya se paga 1 h. Si se está 1 h y 10 min se pagan 2 h.

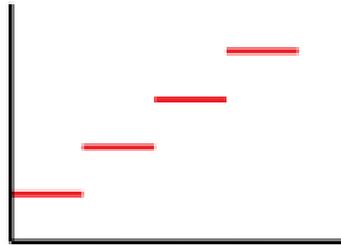


Los saltos bruscos que presenta la gráfica se llaman **discontinuidades** de la función.

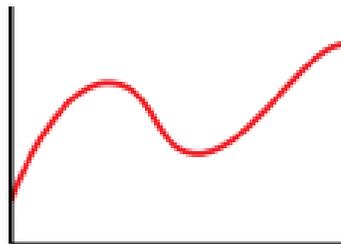
# Funciones discontinuas



Función discontinua



Función discontinua



Función continua

En resumen:

Una función se llama **continua** cuando no presenta discontinuidad de ningún tipo. Por tanto, su gráfica se puede trazar sin levantar el lápiz del papel.

También se puede decir de una función que es **continua en un tramo**, aunque tenga discontinuidades en otros lugares.

# Funciones discontinuas

- Ejercicio 1** La entrada al parque de atracciones vale 5 €, y por cada atracción hay que pagar 1 €.
- a) Representa en papel cuadriculado esta función: número de atracciones ( $x$ )  $\rightarrow$  coste ( $y$ ).  
Recuerda realizar la tabla de valores de la función antes de construir su gráfica.
- a) ¿Se pueden unir los puntos de la gráfica?
- b) ¿Cuánto costará subir a 12 atracciones? ¿Y a 20?

- Ejercicio 1** Un aparcamiento tiene la siguiente tarifa de precios:

Representa en papel cuadriculado la gráfica de la función: tiempo de aparcamiento ( $x$ ) – coste ( $y$ )  
Recuerda realizar antes la tabla de valores de la función.

<i>PRECIO DESDE LAS 9 HORAS HASTA LAS 22 HORAS</i>	
• <i>Las dos primeras horas .....</i>	<i>gratuito</i>
• <i>3.ª hora o fracción y sucesivas.....</i>	<i>1 €</i>
• <i>Máximo diario.....</i>	<i>6 €</i>

**Importante:** no te olvides de graduar cada eje e indicar qué magnitud representas en cada uno de los ejes.



# Funciones periódicas

**Ejercicio 26** Lee la página 66 del libro de texto. Enumera siete fenómenos físicos que pueden describirse mediante funciones periódicas.

**Ejercicio 27** En las funciones periódicas, a veces, aunque solo conozcamos un trozo de curva, podemos saber cómo se comporta la función fuera de ese tramo.

Un **electrocardiograma** recoge los impulsos eléctricos del corazón y los refleja en una gráfica. La del margen muestra el electrocardiograma de un paciente sano en estado de relajación.

- ¿Cuál es el periodo de este electrocardiograma?
- Repetimos el electrocardiograma a la misma persona justo después de haber practicado deporte. ¿El periodo será mayor o menor en este caso?

**Recordemos:** el impulso eléctrico que da la señal al corazón para contraerse comienza en un área del corazón llamada nódulo sinusal. Este es el marcapasos natural del corazón.



## Cada gráfica con su enunciado

Observa las siguientes relaciones funcionales:

**A.** El precio de una bolsa de naranjas en función de su peso.

**B.** La presión atmosférica en función de la altura a la que subamos.

**C.** La temperatura en un determinado lugar en función de la hora del día.

**D.** Distancia de un caballo al poste al que está atado con una cuerda tirante al dar vueltas sobre él en función del tiempo.

**E.** Altura de una piedra lanzada hacia arriba en función del tiempo.

**F.** Nivel de agua de un pantano en función del mes del año.

**2** Adjudica cada una de las tarjetas a la gráfica a la que crees que corresponde.



## 28. Trabajo final del tema:

### APLICA. DEPRECIACIÓN DE UN COCHE

Un señor compra un coche por 20 000 €. Sabe que el valor de ese coche se deprecia un 20% anual (es decir, cada año que pase su valor disminuye en un 20% con respecto al valor del año anterior)

1. Completa la tabla de valores, donde x representa la antigüedad del automóvil en años e y su precio en miles de euros.

x = tiempo (años)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y = precio (miles de €)											

**Ayuda:** cuando existe una depreciación anual del 20%, el valor del coche es el 80% del valor del año anterior, es decir, **cada año su valor se multiplica por 0.80.**

Completa hasta los 10 años y generaliza para x años:

$$\text{Año } 0 \rightarrow \text{precio} = 20$$

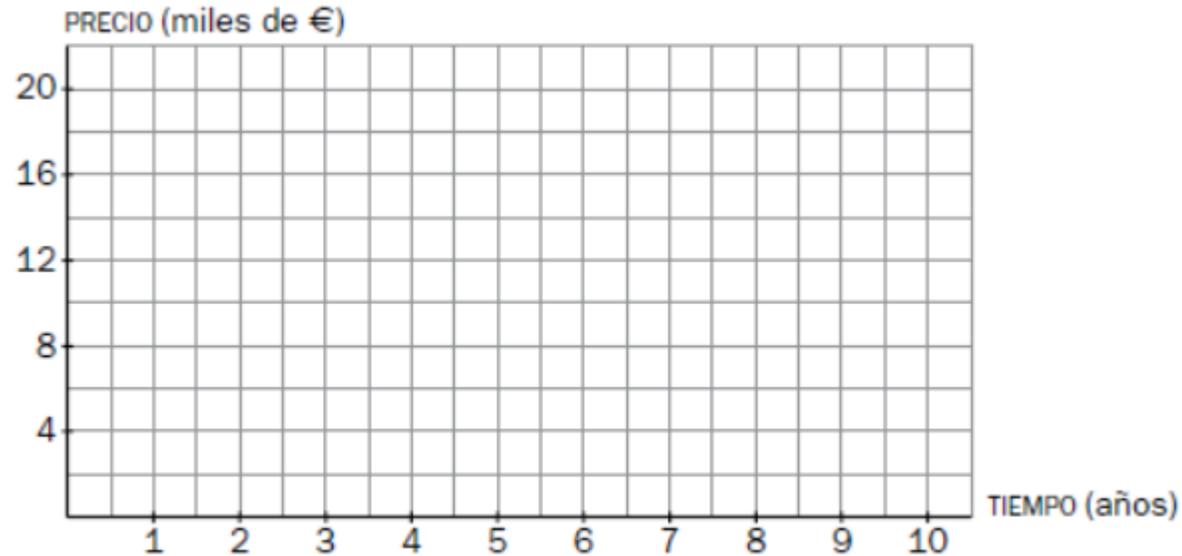
$$\text{Año } 1 \rightarrow \text{precio} = 20 \cdot 0.80 = 20 \cdot (0.80)^1$$

$$\text{Año } 2 \rightarrow \text{precio} = 20 \cdot 0.80 \cdot 0.80 = 20 \cdot (0.80)^2$$

$$\text{Año } 3 \rightarrow \text{precio} = \dots = 20 \cdot (0.80)^3$$

$$\text{Año } x \rightarrow \text{precio} = \dots = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. Representa en un papel cuadriculado esta situación mediante una gráfica aproximada (dibuja los puntos de la tabla valores y traza una curva que pase por todos ellos)



3. El señor desea vender el coche cuando su precio en el mercado de segunda mano no sea inferior al 20% del precio que ha pagado al comprarlo.

Con ayuda de la gráfica averigua de manera aproximada cuántos años han de pasar para que el dueño del coche pueda venderlo al 20% de su valor inicial.

4. ¿Cuál es la expresión algebraica o fórmula que relaciona los años de antigüedad (x) con el coste (y) del vehículo?

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

Y con esta tarea...  
... terminamos el curso

... una lástima haber tenido que acabar de esta manera...