

TRABAJO SEMANAS 5 y 6

SISTEMAS DE ECUACIONES

con dos incógnitas

-1ª parte-

Contenidos

En esta primera parte veremos:

- Qué es una **ecuación de primer grado con dos incógnitas (ecuación lineal)**
- Cuántas soluciones tiene una ecuación lineal con dos incógnitas y cómo obtenerlas
- Qué es **un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas**
- Encontrar mediante tablas de valores la solución (si la tiene) de un sistema de dos ecuaciones lineales

Más adelante, en la segunda parte, aprenderemos a resolver sistemas de ecuaciones con dos incógnitas.

Copia y resuelve en tu cuaderno los 16 ejercicios. Envía por correo electrónico los ejercicios resueltos.

1

Ecuaciones con dos incógnitas

Hasta ahora has aprendido a resolver situaciones planteando ecuaciones con una sola incógnita, que hemos llamado x .

Sin embargo, nos podemos encontrar situaciones en las que haya dos o más incógnitas.

Fíjate en el siguiente ejemplo:

Las edades de mis padres suman 105 años

Tenemos dos datos desconocidos:

edad de mi padre = x

edad de mi madre = y

Podemos plantear la siguiente ecuación: $x + y = 105$

Se trata de una ecuación de primer grado con dos incógnitas: x e y



¿Cuál es la solución de la ecuación anterior?

Las edades de mis padres suman 105 años $\longrightarrow$ $\begin{matrix} \text{edad de mi padre} = x \\ \text{edad de mi madre} = y \end{matrix}$ $\longrightarrow$ $x + y = 105$

Una posible solución de esta ecuación es $x = 54$ $y = 51$
es decir, mi padre tiene 54 años y mi madre 51 años.

Se cumple que $54 + 51 = 105$

Ejercicio 1 Piensa y responde:

a) ¿Existe alguna otra solución para esta ecuación? Escribe **cuatro posibles soluciones**.

Nota: ahora **una solución está formada por dos valores**, uno para 'x' y otro para 'y'

b) Completa la tabla:

$$x + y = 105$$

Edad del padre = x	edad de la madre = y
45	
46	
47	
48	
49	
50	
etc.	etc.

Cada par de valores x, y es una solución de la ecuación y puede escribirse: (x,y)



Vemos que hay multitud de pares de valores x, y que hacen cierta la igualdad.



Una ecuación lineal con dos incógnitas tiene infinitas soluciones.

Conclusión:

c) ¿Cuántas soluciones puede tener una ecuación de primer grado con dos incógnitas?

Nota: aunque en este ejemplo no sería posible al tratarse de edades, los valores de las incógnitas también pueden ser números negativos y/o fraccionarios.

Este tipo de ecuaciones de primer grado reciben el nombre de
ECUACIONES LINEALES con dos incógnitas

La forma general de la ecuación es: **$ax + by = c$**
donde a, b y c son números conocidos

Las siguientes ecuaciones son ecuaciones con dos incógnitas, pero **no son ecuaciones lineales**, ya que son de grado dos:

$$3xy = 5$$

$$x^2 + 7y = 8$$

Ejercicio 2

Para entender mejor qué es una ecuación lineal con dos incógnitas y sus posibles soluciones. visualiza el siguiente vídeo:

[Ecuaciones de primer grado con dos incógnitas](#)

Lee la página 38 del libro de texto y realiza las dos actividades

Conclusión

Las **ecuaciones lineales** son polinómicas de primer grado: $ax + by = c$.

Por ejemplo, $2x + y = 7$ es una ecuación lineal con dos incógnitas.

El par de valores $x = 3$, $y = 1$ es una solución de la ecuación anterior porque $2 \cdot 3 + 1 = 6 + 1 = 7$.

También son soluciones de dicha ecuación $x = 1$, $y = 5$; $x = 3,5$, $y = 0$.

Solución de una ecuación con dos incógnitas es cualquier par de valores que hagan cierta la igualdad.

Una ecuación lineal con dos incógnitas tiene infinitas soluciones.

Ejercicio 3

Comprueba si alguno de los pares $x = 3, y = 4$ o $x = 2, y = 1$ es solución de la ecuación $2x - y = 3$.

Ejercicio 4

En cada caso, completa el valor que falta para obtener una solución de la ecuación $3x + y = 7$

a) $x = 1, y = \underline{\hspace{2cm}}$

b) $x = 2, y = \underline{\hspace{2cm}}$

c) $x = 0, y = \underline{\hspace{2cm}}$

*Nota:
Una solución de una ecuación
lineal con dos incógnitas puede
escribirse (x, y)*

Ejercicio 5

¿Cuáles de estos pares de valores son soluciones de $3x - 2y = 10$?

- a) $(2, -2)$ b) $(5; 2,5)$ c) $(-4, 1)$ d) $(0, 5)$ e) $(2/3, -4)$

¿Cómo buscar soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas?

Ejercicio 6

Busca una solución de la siguiente ecuación $2x + y = 10$.

Sigue los pasos del ejemplo:

1. Despejamos una de las incógnitas (mejor si despejamos la y): $y = 10 - 2x$
2. Dando los valores que queramos a la x , obtenemos los valores de la y sustituyendo en la expresión anterior

$$\text{si } x = 1 \rightarrow y = 10 - 2 \cdot 1 = 10 - 2 = 8 \rightarrow y = 8$$

Así podemos averiguar tantas soluciones como queramos.

Ejercicio 7 Completa la tabla para la ecuación anterior calculando el valor de y

x	-10	-5	-2	-1	0	1	2	5	10
y	30					8			

Acabamos de ver que una ecuación lineal con dos incógnitas tiene infinitas soluciones. Para encontrar una sola solución necesitamos más información. Veámoslo con un ejemplo:

Ejercicio 8

He comprado un lápiz y un bolígrafo y he tenido que pagar 1.45 €.

- a) Llama x al precio del lápiz e y al precio del bolígrafo. Expresa mediante una ecuación con dos incógnitas que un lápiz y un bolígrafo cuestan 1.45 €.
- b) ¿Cuántas soluciones tiene esta ecuación?
- c) Rellena la tabla de valores para la ecuación planteada.

x = precio lápiz (€)	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75
y = precio bolígrafo (€)					

Vemos que con los datos que nos da el enunciado, con una sola ecuación, no es posible determinar cuánto cuesta un lápiz y un bolígrafo.

Necesitamos más información: necesitamos una segunda ecuación

Ejercicio 8 Continuamos con el ejercicio anterior.

Lo que ya sabemos: He comprado un lápiz y un bolígrafo y he tenido que pagar 1.45 €.

Para determinar el precio del bolígrafo y del lápiz, necesitamos saber más.

Nueva información: Un amigo compró dos lápices y un bolígrafo y pagó 2 €

d) Expresa mediante una ecuación con dos incógnitas que dos lápices y un bolígrafo cuestan 2 €.

e) Rellena la tabla de valores de esta última ecuación:

Recuerda: para calcular el valor de 'y' conociendo el valor de 'x', debes despejar 'y' en la ecuación anterior.

x = precio lápiz (€)	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75
y = precio bolígrafo (€)					

f) Fíjate en las dos tablas y responde: ¿hay algún valor de 'x' y de 'y' que sea solución de las dos ecuaciones a la vez?

g) Indica el precio de un lápiz y de un bolígrafo.

Conclusión

Para poder determinar el valor exacto de las dos incógnitas (el precio del lápiz y el precio del bolígrafo), son necesarias dos ecuaciones.

Las dos ecuaciones forman un **sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas**

$$\begin{cases} x + y = 1.45 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$

Cada una de las ecuaciones que componen el sistema, por separado, tendría infinitas soluciones. Sin embargo, al considerar juntas ambas ecuaciones para formar el sistema, **solo existen un par de números (x,y) que verifican ambas ecuaciones a la vez.**

Llamamos **solución de un sistema de ecuaciones lineales** a los valores 'x' e 'y' que satisfacen las dos ecuaciones simultáneamente.

El siguiente vídeo te puede ayudar en los siguientes ejercicios [enlace](#)

Ejercicio 9

Lee la página 39 del libro de texto y realiza la actividad “Relaciona”.

Ejercicio 10

Realiza los ejercicios 2 y 3 de la página 48 del libro de texto.

Ejercicio 11

Comprueba, en cada caso, si alguno de los pares $x=1, y=4$ o $x=2, y=1$ es solución del sistema.

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + y = 7 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + y = 6 \\ 5x - y = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Ejercicio 12: Copia en tu cuaderno el ejemplo resuelto

José tiene el doble que Luis. Entre los dos tienen 15 €. ¿Cuánto tiene cada uno?

1^{er} paso: identificamos las incógnitas (recuerda que ahora son dos los datos desconocidos)

Euros que tiene Luis = x

Euros que tiene José = y

2^o paso: escribimos las ecuaciones

José tiene el doble que Luis $\longrightarrow y = 2x$

Entre los dos tienen 15 € $\longrightarrow x + y = 15$

Recuerda: damos a la ``x'' los valores que queramos y con la ecuación, obtenemos los valores de ``y''

3^o paso: para cada ecuación completamos una tabla de valores

$$y = 2x$$

x	0	1	2	3	4	5
y	0	2	4	6	8	10

$$x + y = 15$$

x	0	1	2	3	4	5
y	15	14	13	12	11	10

4º paso: comprobamos si existe algún par de valores (x,y) que satisfaga ambas ecuaciones (par de valores que coincidan en ambas tablas)

el para de valores que satisface ambas igualdades es $x = 5$, $y = 10$

5º paso: interpretar la solución

Luis tiene 5 € y José tiene 10 €

6º paso: comprobar la solución con el enunciado

José tiene el doble que Luis $\longrightarrow 10 = 2 \cdot 5$

Entre los dos tienen 15 € $\longrightarrow 5 + 10 = 15$

Ahora te toca a ti

Ejercicio 13

Resuelve planteando un sistema de dos ecuaciones siguiendo los pasos del ejemplo anterior. La edad de mi padre es tres veces la mía. Nuestras edades suman 48 años. Calcúlalas.

Ayuda: en la tabla de valores, comienza dando valores a x (mi edad) a partir de 10 años.

En general, un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas tiene **una única solución**. Solo existe un par de valores (x,y) que satisface las dos igualdades.

También puede ocurrir que existan infinitos valores de x e y que cumplan las dos ecuaciones a la vez. Decimos que el **sistema tiene infinitas soluciones**.

Sin embargo, también nos podemos encontrar sistemas de dos ecuaciones lineales en los que sea imposible conseguir que las dos igualdades sean ciertas para los mismos valores de x y de y . Decimos que **el sistema no tiene solución**.

Ejercicio 14: Lee el punto 1.2 de la página 40 del libro “sistemas compatibles y sistemas incompatibles” y copia el esquema en tu cuaderno.

Ejemplo resuelto. Resuelve el sistema de ecuaciones usando tablas de valores.

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

Recuerda: damos a la ``x'' los valores que queramos y con la ecuación, obtenemos los valores de ``y''

$$x + y = 5 \rightarrow y = 5 - x$$

<i>x</i>	-1	0	1	2	3	4	5
<i>y</i>	6	5	4	3	2	1	0

$$2x - y = 7 \rightarrow y = 2x - 7$$

<i>x</i>	-1	0	1	2	3	4	5
<i>y</i>	-9	-7	-5	-3	-1	1	3

Observa que ambas ecuaciones tienen una solución común: **$x = 4$, $y = 1$**
Decimos que el sistema **tiene solución única**.

Ejercicio 15

Completa la tabla para cada ecuación del sistema

$$\begin{cases} -2x + y = 7 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

$$-2x + y = 7 \rightarrow y = \underline{\hspace{2cm}}$$

x	-4	-2	0	2	4
y					

$$2x + y = -1 \rightarrow y = \underline{\hspace{2cm}}$$

x	-3	-2	-1	0	1
y					

- a) ¿Cuántas soluciones tiene el sistema?
- b) ¿cuál es la solución del sistema formado por ambas ecuaciones?

Ejercicio 16

Realiza los ejercicios 4, 5 y 6 de la página 48 y 49 del libro de texto.

Para pensar:

Cosas de peso

Un caballo y un mulo, cargados con sacos, iban juntos. El caballo se quejaba de su carga, y el mulo le dijo:

— ¿De qué te quejas? Si yo cargara con uno de tus sacos, mi carga sería el doble de la tuya. En cambio, si tú cargaras con uno de los míos, tu carga sería igual que la mía.

¿Cuántos sacos lleva cada uno?

Nota: todos los sacos son iguales